

مسابقة الكانغارو

العالمية للرياضيات 2023

11&12

الصف الحادي عشر و الثاني عشر

3 point problems

٣ نقاط لكل سؤال

١. ما قيمة $\frac{7777^2}{5555 \times 2222}$ ؟

1. What is the value of $\frac{7777^2}{5555 \times 2222}$?

A

1

B

$\frac{7}{10}$

C

$\frac{49}{10}$

D

$\frac{77}{110}$

E

49

3 point problems

٣ نقاط لكل سؤال

٢. ألقت جودي خمسة أحجار نرد، وحصلت إجمالاً على 19 نقطة. ما أكبر عدد ممكن من الأحجار يظهر عليها العدد 6 ؟

2. Judy rolls five dice. She rolls 19 points in total. What is the maximum number of sixes she could have rolled?

A

0

B

1

C

2

D

3

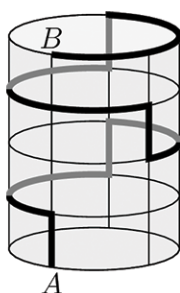
E

4

3 point problems

٣ نقاط لكل سؤال

٣. علبة إسطوانية الشكل ارتفاعها 15 cm ومحيط قاعدتها الدائرية 30 cm. تتحرك نملة من النقطة A على القاعدة السفلية إلى النقطة B على القاعدة العلوية، إذا علمت أن مسار حركة النملة إما رأسياً لأعلى أو أفقياً عبر السطح المنحني للعلبة. يوضح الشكل التالي مسار الحركة للنملة والذي يمثله الخط السميك (أسود من الأمام ورمادي من الخلف). ما طول مسار النملة؟



3. A cylindrical can has height 15 cm and the perimeter of its circular base is 30 cm. An ant walks from point A on the base to point B on the roof. Its path is either vertically upwards or horizontally along circular arcs around the can. Its path is shown with a thicker line (black for the path on the front of the can and grey at the back). What is the length of the ant's path?

A

45 cm

B

55 cm

C

60 cm

D

65 cm

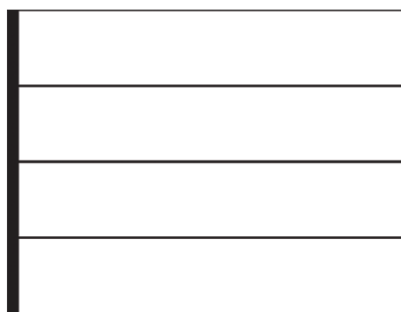
E

75 cm

3 point problems

٣ نقاط لكل سؤال

٤. لدى هبة الله أربعة أقلام تلوين مختلفة، تريد تلوين المستطيلات الثلاثة في العلم الموضح بالشكل التالي بحيث يتم تلوين كل مستطيل بلون واحد فقط و لا يتجاور مستطيلان لهما نفس اللون. بكم طريقة يمكنها فعل ذلك؟



4. Hebatallah has four different coloured pens. She wants to colour the three-striped rectangular flag shown in the diagram so that each stripe is a single colour and no two adjacent stripes are the same colour. In how many ways can she do this?

A

24

B

27

C

32

D

36

E

64

3 point problems

٣ نقاط لكل سؤال

٥. نطلق على العدد الصحيح الموجب n أنه ثنائي الأولية إذا كان لهذا العدد ثلاثة قواسم مختلفة بالضبط، وهي 1 و 2 والعدد n نفسه. كم عدد الأعداد المختلفة ثنائية الأولية؟

5. We call a positive integer n two-prime, if it has exactly three different divisors, namely 1, 2 and n itself. How many different two-prime integers are there?

A

0

B

1

C

2

D

3

E

4

3 point problems

٣ نقاط لكل سؤال

٦. كم عدد الأزواج المرتبة الصحيحة الموجبة (x, y) التي تحقق المعادلة $x + 2y = 2^{10}$ ؟

6. How many pairs of positive integers (x, y) satisfy the equation $x + 2y = 2^{10}$?

A

$$2^9 - 1$$

B

$$2^9$$

C

$$2^9 + 1$$

D

$$2^9 + 2$$

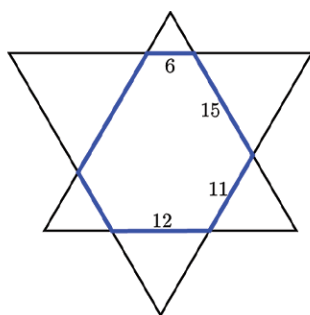
E

$$0$$

3 point problems

٣ نقاط لكل سؤال

٧. تم وضع مثلثين متطابقين الأضلاع بحيث يكونان مضلعاً سداسياً يتوازي فيه كل ضلعين متقابلين. الشكل التالي يوضح أطوال أربعة أضلاع من المضلع السداسي. ما محيط هذا السداسي؟



7. Two equilateral triangles are put together to form a hexagon with their opposite sides parallel. We know the length of four sides of this hexagon, as shown in the diagram. What is the perimeter of the hexagon?

A

64

B

66

C

68

D

70

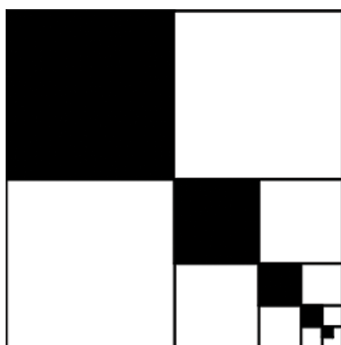
E

72

3 point problems

٣ نقاط لكل سؤال

٨. تم تقسيم مربع مساحته 84 إلى أربعة مربعات، تم تلوين المربع العلوي الأيسر باللون الأسود. تم تكرار العملية مع المربع السفلي الأيمن أيضاً بتقسيمه إلى أربعة مربعات، وتلوين المربع العلوي الأيسر منها باللون الأسود. وهكذا تم تكرار هذه العملية عدد لانهائي من المرات. ما المساحة الكلية الملونة باللون الأسود؟



8. A square with area 84 is divided into four squares. The upper left square is coloured black. The lower right square is again divided into four squares, and so on. The process is repeated an infinite number of times. What is the total area that is coloured black?

A

24

B

28

C

31

D

35

E

42

3 point problems

٣ نقاط لكل سؤال

٩. نريد وضع كل عدد من الأعداد الصحيحة من 1 إلى 9 في أحد المربعات التسعة الموجودة في الصورة التالية، بحيث يكون مجموع أي ثلاثة أعداد في مربعات متجاورة مضاعفاً للعدد 3. تم وضع العددين 7 و 9 بالفعل كما في الشكل، كم عدد الطرق المختلفة لملء المربعات المتبقية؟

	7		9					
--	---	--	---	--	--	--	--	--

9. Each of the integers from 1 to 9 is to be placed in one of the 9 boxes in the picture so that any three numbers in consecutive boxes add to a multiple of 3. The numbers 7 and 9 have already been placed. In how many different ways can the remaining boxes be filled?

A

9

B

12

C

15

D

18

E

24

3 point problems

٣ نقاط لكل سؤال

١٠. ما رقم الآحاد لحاصل الضرب $(5^5 + 1)(5^{10} + 1)(5^{15} + 1)$ ؟

10. What is the units digit of the product $(5^5 + 1)(5^{10} + 1)(5^{15} + 1)$?

A

1

B

2

C

4

D

5

E

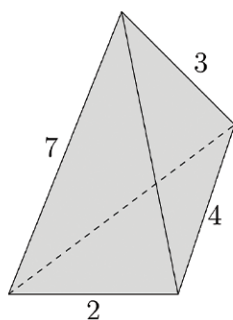
6

4 point problems

٤ نقاط لكل سؤال

١١. هرم ثلاثي أطوال أحرفه هي أعداد صحيحة. الشكل التالي يوضح أطوال أربعة أحرف منها.

ما مجموع طولي الحرفين المتبقيين؟



11. A triangular pyramid has edges of integer length. Four of these lengths are as shown in the diagram. What is the sum of the lengths of the other two edges?

A

9

B

10

C

11

D

12

E

13

4 point problems

٤ نقاط لكل سؤال

١٢. لأي عدد صحيح موجب n ، يعرف $n!$ على أنه حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة من 1 إلى n .
على سبيل المثال $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. ما مجموع أرقام العدد N إذا كان $N! = 6! \cdot 7!$ ؟

12. For a positive integer n , $n!$ is defined as the product of all integers from 1 to n .
For example, $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. What is the sum of the digits of N if $N! = 6! \cdot 7!$?

A

1

B

2

C

4

D

8

E

9

4 point problems

٤ نقاط لكل سؤال

١٣. إذا كانت منحنيات الدوال $y = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$ كلها تمر بنفس النقطة مهما كانت قيمة a . ما مجموع إحداثيي هذه النقطة؟

13. The graphs of the functions $y = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$ all pass through the same point, no matter what value of a is chosen. What is the sum of the coordinates of that point?

A

2

B

4

C

7

D

8

E

لا شيء مما سبق
none of the previous

4 point problems

٤ نقاط لكل سؤال

٤١. لدينا خمسة أعداد a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 مجموعهم يساوي S . لكل قيم k بحيث $1 \leq k \leq 5$ يكون $a_k = k + S$. ما قيمة S ؟

14. We are given five numbers a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 whose sum is S . For each k , $1 \leq k \leq 5$ we know that $a_k = k + S$. What is the value of S ?

A

$$\frac{15}{4}$$

B

$$-\frac{15}{4}$$

C

$$-15$$

D

$$15$$

E

لا شيء مما سبق
none of the previous

4 point problems

٤ نقاط لكل سؤال

١٥. كم عدد الأزواج المرتبة من العددين الصحيحين m, n التي تحقق المتباينة

$$|2m - 2023| + |2n - m| \leq 1$$

15. How many pairs of integers m and n satisfy the inequality

$$|2m - 2023| + |2n - m| \leq 1 ?$$

A

0

B

1

C

2

D

3

E

4

4 point problems

٤ نقاط لكل سؤال

١٦ . يقف 23 حيواناً في صف واحد، كل حيوان إما جمل أو كنغر. كل حيوان يجاوره كنغر واحد على الأقل. ما أكبر عدد من الجمال يمكن أن يتواجد في الصف؟

16. There are 23 animals standing in a row. Each animal is either a camel or a kangaroo. Everyone has at least one neighbor who is a kangaroo. What is the largest possible number of camels in the row?

A

7

B

8

C

10

D

11

E

12

4 point problems

٤ نقاط لكل سؤال

١٧. العدد 5^{56} يمكن أن يكتب على الصورة n^n حيث n عدد صحيح. فما قيمة n ؟

17. The number 5^{56} can be written in the form n^n for some integer n . What is the value of n ?

A

5^{30}

B

5^6

C

5^5

D

30

E

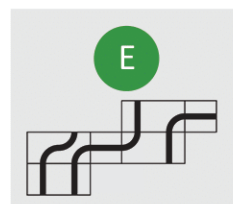
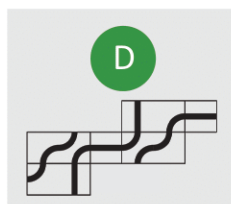
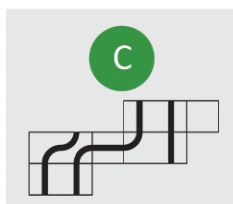
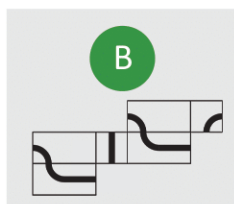
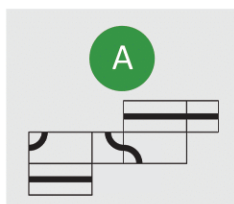
11

4 point problems

٤ نقاط لكل سؤال

١٨. رسم محمد مساراً مغلقاً على صندوق على شكل متوازي مستطيلات. ثم قام بفتح الصندوق من بعض جوانبه وبسطه ليكون شبكة. أي الشبكات التالية توضح ذلك المسار؟

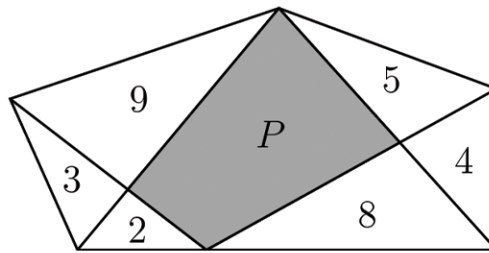
18. Mohamed has drawn a closed path on a rectangular prism, and then unfolded it to give a net. Which net could show his path?



4 point problems

٤ نقاط لكل سؤال

١٩. تم تقسيم شكل خماسي إلى أجزاء أصغر كما هو موضح. الأعداد المكتوبة داخل المثلثات تشير إلى مساحاتها. ما هي مساحة الرباعي المظلل P ؟



19. A pentagon is dissected into smaller parts, as shown. The numbers inside the triangles indicate their areas. What is the area P of the shaded quadrilateral?

A

15

B

$\frac{31}{2}$

C

16

D

17

E

18

4 point problems

٤ نقاط لكل سؤال

٢٠. كم عدد القواسم الصحيحة الموجبة للعدد $2^{20} \cdot 3^{23}$ وليست قواسم للعدد $2^{10} \cdot 3^{20}$ ؟

20. How many integers are factors of $2^{20} \cdot 3^{23}$ but are not factors of $2^{10} \cdot 3^{20}$?

A

13

B

30

C

273

D

460

E

لا شيء مما سبق
none of the previous

5 point problems

0 نقاط لكل سؤال

٢١. الدالتان f ، g على \mathbb{R} تحققان نظام المعادلات $f(x) + 2g(1-x) = x^2$ ، $f(1-x) - g(x) = x^2$. ما هي الدالة $f(x)$ ؟

21. Two functions g ، f on \mathbb{R} satisfy the system of equations

$f(1-x) - g(x) = x^2$ ، $f(x) + 2g(1-x) = x^2$. What is $f(x)$?

A

$$x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$$

B

$$x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$$

C

$$-x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$$

D

$$x^2 - 4x + 5$$

E

لا يوجد دوال تحقق النظام
there are no such functions

5 point problems

0 نقاط لكل سؤال

٢٢. في مسابقة تسلق الصخور، يتنافس 13 متسابقاً في ثلاث مراحل. درجة كل متسابق هي حاصل ضرب ترتيبه في المراحل الثلاث. على سبيل المثال إذا حصل أحدهم في المراحل الثلاث على المركز الرابع والمركز الثالث والمركز السادس، فإن درجته النهائية هي $4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$. وكلما زادت درجاتك، أصبح ترتيبك الإجمالي أسوأ. إذا حصل سلمان على المركز الأول في مرحلتين. ما هو أسوأ ترتيب إجمالي يمكن أن يحصل عليه سلمان؟

22. In a bouldering competition, 13 climbers compete in three categories. The score of each competitor is the product of his rankings in the three categories. For example, if one is 4th, 3rd and 6th, his final score is $4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$. The higher your score, the worse your overall ranking will be. Salman ranks 1st in two of the categories. What is the worst possible overall ranking Salman can get?

A

2nd

B

3rd

C

4th

D

5th

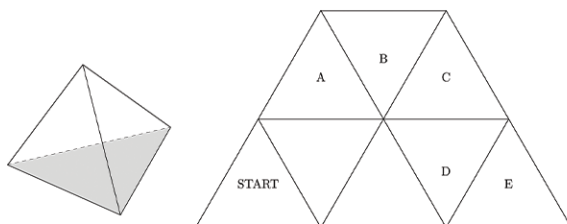
E

6th

5 point problems

0 نقاط لكل سؤال

٢٤. مجسم على شكل هرم ثلاثي منتظم له وجه واحد مظلل. تم وضع هذا المجسم على الطاولة بحيث ينطبق الوجه المظلل على المثلث المكتوب عليه START. هذا المجسم سيتدحرج على الطاولة من مثلث للمثلث المجاور بالدوران حول أحد الأحرف. على أي مثلث سينطبق الوجه المظلل مرة أخرى للمرة الأولى؟



24. A block in the shape of a regular tetrahedron has one face shaded. The shaded face of the block is placed on the board on the triangle labelled START. The block is then rolled from one triangle to the next by rotating it about one edge. On which triangle will the block stand for the first time again on its shaded face?

A

A

B

B

C

C

D

D

E

E

5 point problems

0 نقاط لكل سؤال

٢٥. كثيرة حدود من الدرجة الخامسة. جزء منها لا يمكن رؤيته بسبب بقعة حبر. إذا كانت الجذور الخمسة لكثيرة الحدود أعداداً صحيحة. ما أكبر قوة للمقدار $(x - 1)$ تقسم كثيرة الحدود؟

$$x^5 - 11x^4 + \text{[Inkblot]} - 7$$

25. Part of the fifth degree polynomial shown cannot be seen because of an inkblot. It is known that all five roots of the polynomial are integers. What is the highest power of $(x - 1)$ that divides the polynomial?

A

$$(x - 1)^1$$

B

$$(x - 1)^2$$

C

$$(x - 1)^3$$

D

$$(x - 1)^4$$

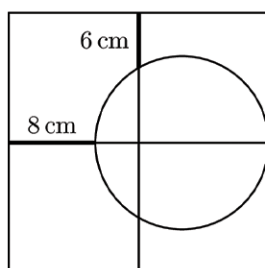
E

$$(x - 1)^5$$

5 point problems

0 نقاط لكل سؤال

٢٦. تم تقسيم المربع الكبير في الشكل التالي إلى أربعة مربعات صغيرة. تمس الدائرة المرسومة الضلع الأيمن في المربع الكبير عند منتصفه. ما طول ضلع المربع الكبير؟ (لاحظ أن الرسم ليس على القياس).



26. The large square in the diagram is dissected into four smaller squares. The circle touches the right hand side of the square at its midpoint. What is the side-length of the large square? Note that the diagram is not drawn to scale.

A

18cm

B

20cm

C

24cm

D

28cm

E

30cm

5 point problems

0 نقاط لكل سؤال

٢٧. ما هو القاسم المشترك الأكبر لجميع الأعداد التي على الصورة؛

$$n^3(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^3(n+4)^3$$

حيث n عدد طبيعي؟

27. What is the greatest common divisor of all numbers of the form;

$$n^3(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^3(n+4)^3$$

where n is a natural number?

A

$$2^9 3^3$$

B

$$2^3 3^3 5^3$$

C

$$2^6 3^3 5^3$$

D

$$2^8 3^2 5^3$$

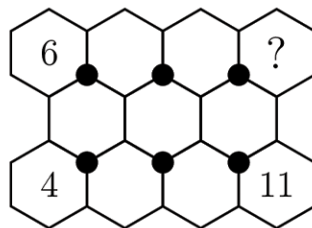
E

$$2^9 3^3 5^3$$

5 point problems

0 نقاط لكل سؤال

٢٨. نريد وضع الأعداد من 1 إلى 11 داخل الأشكال السداسية بحيث يتساوى مجموع الأعداد الثلاثة حول كل نقطة من النقاط الست. تم وضع ثلاثة من هذه الأعداد بالفعل كما بالشكل. ما العدد الذي يجب وضعه في السداسي الذي يحتوي علامة الإستفهام؟



28. The numbers from 1 to 11 are to be placed in the hexagons so that the sum of the three numbers around each of the six black dots is the same. Three of the numbers have already been placed. What number will be placed in the hexagon with a question mark?

A

1

B

3

C

5

D

7

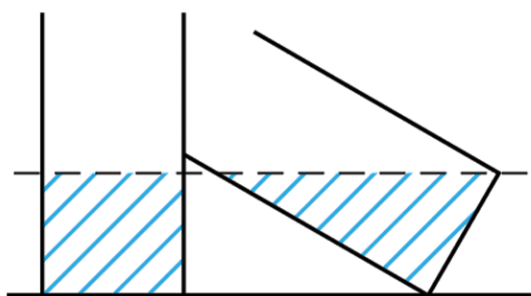
E

9

5 point problems

0 نقاط لكل سؤال

٢٩. يحتوي خزانان أسطوانيان متطابقان على نفس كمية الماء. يقف أحدهما رأسياً والآخر مائلاً ومستنداً عليه. إذا كان مستوى الماء في كل منهما هو نفسه كما بالشكل، وكانت مساحة القاعدة الدائرية في كل منهما $3\pi m^2$. ما حجم (كمية) الماء في كل خزان منهما؟



29. Two identical cylindrical water tanks contain the same amount of water.

One cylinder is standing upright, and the other is leaning against it, and the water level in each of them is the same as in the picture. The bottom of each of the cylinders is a circle with area $3\pi m^2$. How much water does each tank contain?

A

$$3\sqrt{3}\pi m^3$$

B

$$6\pi m^3$$

C

$$9\pi m^3$$

D

$$\frac{3\pi}{4} m^3$$

E

من المستحيل التحديد من
المعلومات المعطاة
it's impossible to determine
from the information given

.....

.....

.....

.....

.....

5 point problems

0 نقاط لكل سؤال

٣٠. حاصل ضرب ستة أعداد صحيحة متتالية هو عدد مكون من 12 خانة على الصورة:

$$abb\ cdd\ cdd\ abb$$

حيث a و b و c و d أربعة أرقام متتالية (ليس بالضرورة بهذا الترتيب). ما قيمة d ؟

30. The product of six consecutive numbers is a 12 -digit number of the form;

$$abb\ cdd\ cdd\ abb$$

where the digits a, b, c and d are themselves four consecutive numbers in some order. What is the value of the digit d ?

A

1

B

2

C

3

D

4

E

5

Kangaroo 2023

GRADE 11-12	الصف الحادي عشر + الثاني عشر
3 درجات لكل سؤال	
C	1
C	2
E	3
D	4
B	5
A	6
D	7
B	8
E	9
E	10
4 درجات لكل سؤال	
C	11
A	12
E	13
B	14
B	15
D	16
C	17
D	18
C	19
C	20
5 درجات لكل سؤال	
A	21
B	22
B	23
E	24
D	25
A	26
E	27
E	28
C	29
C	30

TOTAL SCORE: 120



أحد مراكز
Center

